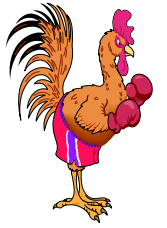
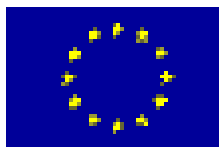
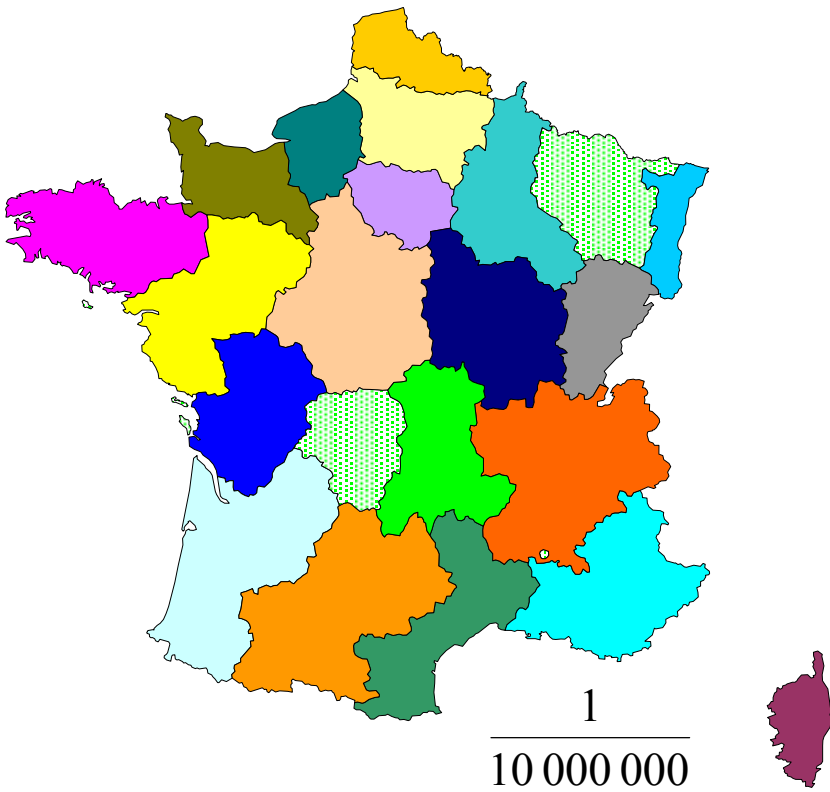


PROPORTIONNALITÉ

Les maths !!



LES ÉCHELLES



Dossier n°2
Juin 2005

Conçu et réalisé par :
Marie-Christine LIEFOGHE
Bruno VANBAELINGHEM
Annie VANDERSTRAELE

Tous droits réservés au réseau AGRIMÉDIA

C.D.R. AGRIMEDIA	LES ÉCHELLES	Apprentissage
---------------------	--------------	---------------

Objectifs :

- découvrir la notion d'échelle (carte routière, plan de terrain...),
- savoir utiliser les échelles dans des situations concrètes, en particulier :
 - calculer les dimensions sur le plan,
 - calculer les dimensions réelles,
 - calculer l'échelle du plan.

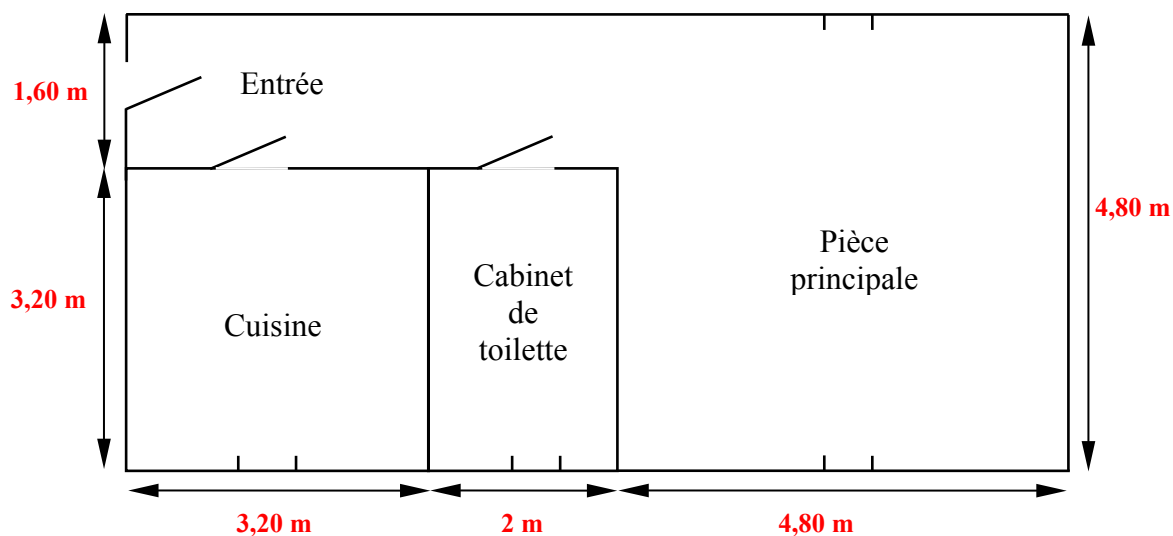
Contenu :

- notion d'échelle,
- utilisation de cette notion d'échelle :
 - calcul de la dimension réelle,
 - calcul de la dimension sur le plan,
 - calcul de l'échelle,
- exercices avec correction.

Pré-requis :

- connaître les unités de mesure des longueurs et savoir les convertir,
- être capable d'établir un tableau de proportionnalité (dossier 1),
- maîtriser la lecture et l'écriture des grands nombres et des fractions.

Exemple 1 : le plan d'un studio.



D'après ce plan, complétez le tableau suivant :

	Dimensions mesurées sur le plan en cm	Dimensions réelles	
		en mètres	converties en cm
Côté de la pièce principale			
Côté de la cuisine			
Largeur du cabinet de toilette			
Largeur du couloir d'entrée			

Voir réponses page suivante

RÉPONSES

D'après ce plan, complétez le tableau suivant :

	Dimensions mesurées sur le plan en cm	Dimensions réelles	
		en mètres	converties en cm
Côté de la pièce principale	6 cm	4,80 m	480 cm
Côté de la cuisine	4 cm	3,20 m	320 cm
Largeur du cabinet de toilette	2,5 cm	2 m	200 cm
Largeur du couloir d'entrée	2 cm	1,60 m	160 cm

A partir de ces résultats, on peut établir un **TABLEAU DE PROPORTIONNALITÉ** et calculer la **dimension réelle** qui correspond à **1 centimètre** sur le plan.

Pour la pièce principale :

Dimensions mesurées sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
6	480
1	?

$$? = \frac{1 \times 480}{6} = 80$$

1 cm sur le plan correspond à une dimension réelle de **80 cm**.

On dit alors que le plan est à l'échelle $\frac{1}{80}$

L'échelle du plan est : $\frac{1}{80}$ ⇐ Dimension sur le plan
⇐ Dimension réelle correspondante

On lit : l'échelle du plan est « **un quatre-vingtième** »

Remarque : plusieurs notations de l'échelle sont possibles : $\frac{1}{80}$ ou $1 / 80$ ou $1 : 80$

Attention à toujours mettre les mesures dans la même unité.

Vérification :

En établissant les tableaux de proportionnalité pour les autres dimensions du studio, on doit retrouver la même échelle du plan soit $\frac{1}{80}$

Exemple : Largeur du cabinet de toilette

Dimensions mesurées sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
2,5	200
1	?

$$? = \frac{1 \times 200}{2,5} = 80$$

donc 1 cm sur le plan correspond effectivement à 80 cm en réalité.

L'échelle du plan est donc bien : $\frac{1}{80}$

Vérifiez par vous-même que ce résultat se retrouve pour le côté de la cuisine et pour la largeur du couloir d'entrée.

- le côté de la cuisine :

Dimensions mesurées sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
4	320
1	?

$$? = \frac{x}{\quad} =$$

- la largeur du couloir d'entrée :

Dimensions mesurées sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
2	160
1	?

$$? =$$

Exemple 2 : les cartes routières.

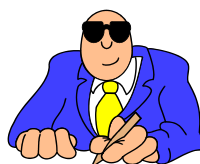


Extrait de Carte IGN

Voici un extrait d'une carte routière au $\frac{1}{1\,000\,000}$ L'échelle se lit "un millionième".

$\frac{1}{1\,000\,000}$ signifie : 1 cm sur la carte représente 1 000 000 cm en réalité (soit 10 km).

Maintenant à vous !



Complétez le tableau suivant :

Echelle	se lit	1 cm sur la carte représente en réalité :
$\frac{1}{10\,000}$	un dix millième	
$\frac{1}{7\,500}$		
$\frac{1}{125}$		
$\frac{1}{2\,000\,000}$		

NB : vous écrirez *la distance réelle* dans l'unité qui vous semblera la plus adaptée.

Voir réponses page suivante

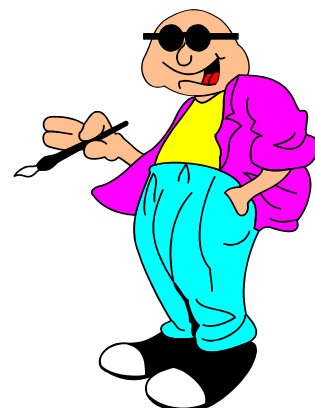
RÉPONSES

Echelle	se lit	1 cm sur la carte représente en réalité :
$\frac{1}{10\ 000}$	un dix millième	10 000 cm soit 100 m 1 cm sur la carte représente 100 m en réalité
$\frac{1}{7\ 500}$	un sept mille cinq centième	7 500 cm soit 75 m 1 cm sur la carte représente 75 m en réalité
$\frac{1}{125}$	un cent vingt cinquième	125 cm soit 1,25 m 1 cm sur la carte représente 1,25 m en réalité
$\frac{1}{2\ 000\ 000}$	un deux millionième	2 000 000 cm soit 20 km 1 cm sur la carte représente 20 km en réalité

L'échelle d'un plan ou d'une carte est égale à : $\frac{1 \text{ (mm ou cm) sur le plan}}{\text{Dimension réelle correspondante}}$

Ces deux dimensions doivent être exprimées dans la même unité de longueur.

Très bien !
Passons à la suite !!



UTILISATION DE CETTE NOTION D'ÉCHELLE

I - CALCUL DE LA DIMENSION RÉELLE

Exemple :

Sur une carte au $\frac{1}{200\ 000}$ la distance entre 2 points est de 4,7 cm.

Quelle est la distance réelle qui sépare ces deux points ?

$\frac{1}{200\ 000}$ signifie que 1 cm sur la carte représente 200 000 cm en réalité.

Nous pouvons établir le tableau de proportionnalité suivant :

Dimensions sur la carte en cm	Dimensions réelles en cm
1	200 000
4,7	?

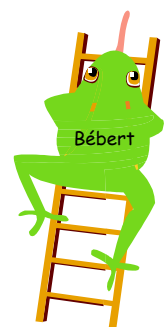
$$? = \frac{4,7 \times 200\ 000}{1} = 940\ 000$$

Donc 940 000 cm soit 9,4 km séparent ces deux points.

4,7 cm sur la carte représentent 9,4 km en réalité.



C'est facile d'utiliser une échelle !!!
Vas-y Bébert montre-leur !!



II - CALCUL DE LA DIMENSION SUR LE PLAN

Exemple :

Un terrain rectangulaire mesure 80 m de long et 30 m de large.

Quelles sont ses dimensions sur un plan à l'échelle $\frac{1}{2\,500}$?

$\frac{1}{2\,500}$ signifie que 1 cm sur le plan représente 2 500 cm en réalité soit 25 m.

Calculons la longueur sur le plan :

$$80 \text{ m} = 8\,000 \text{ cm}$$

Etablissons le tableau de proportionnalité suivant :

Dimensions sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
1	2 500
?	8 000

$$? = \frac{8\,000 \times 1}{2\,500} = 3,2$$

La longueur du terrain est représentée par 3,2 cm sur le plan.

De la même façon calculons la largeur du terrain sur le plan.

$$30 \text{ m} = 3\,000 \text{ cm}$$

Dimensions sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
1	2 500
?	3 000

$$? = \frac{3\,000 \times 1}{2\,500} = 1,2$$

La largeur du terrain est représentée par 1,2 cm sur le plan.

III - CALCUL DE L'ÉCHELLE

Exemple :

La longueur d'un terrain mesure 64 m.

Sur un plan, cette longueur est représentée par un trait de 8 cm.

Quelle est l'échelle de ce plan ?

Chercher l'échelle du plan c'est calculer quelle longueur réelle est représentée par 1 unité sur le plan.

Les dimensions doivent être exprimées dans la même unité de longueur.

Choisissons par exemple le centimètre comme unité de longueur.

$$64 \text{ m} = 6\,400 \text{ cm}$$

Etablissons le tableau de proportionnalité suivant :

Dimensions sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
8	6 400
1	?

$$? = \frac{1 \times 6\,400}{8} = 800$$

donc 1 cm sur le plan correspond à 800 cm en réalité.

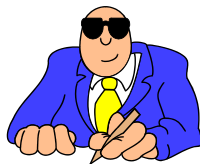
L'échelle du plan est donc : $\frac{1}{800}$

Elle se lit : « un huit centième »

Très bien !
Passons à la suite !!



Maintenant à vous !

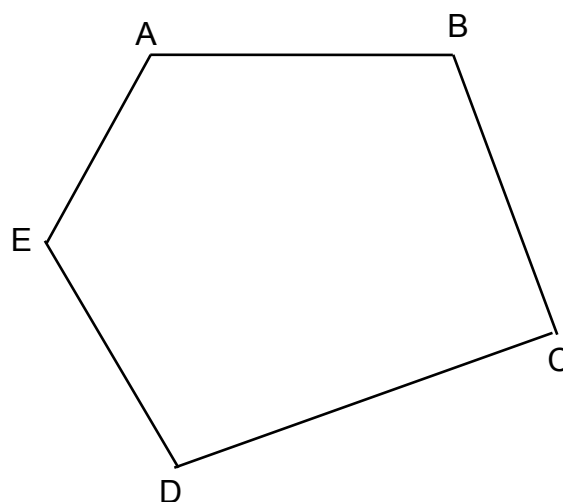


Exercice 1 : Complétez le tableau suivant :

N°	Echelle	Dimensions sur le plan	Dimensions réelles
1	$\frac{1}{50\,000}$	12 cm	
2	1 / 20		5,4 m
3		8 cm	240,0 m
4	1 / 1 000 000		28,0 km
5		1,8 cm	22,5 m
6	$\frac{1}{80\,000}$	15 cm	

Exercice 2 : Sur le plan cadastral, à l'échelle 1 / 5 000, un terrain a la forme et les dimensions indiquées ci-dessous :

AB = 40,0 mm
BC = 3,7 cm
CD = 5,0 cm
DE = 0,3 dm
EA = 25,0 mm



Calculez le périmètre réel de ce terrain.

Voir réponses pages 12 et 13

Exercice 3 : Sur un plan deux pylônes sont à une distance de 16 cm alors qu'en réalité 160 m les séparent.
Calculez l'échelle de ce plan.

Exercice 4 : Sur un plan à l'échelle 1 / 3 000, un champ rectangulaire mesure 92 mm de long sur 64 mm de large.
1) Quelles sont ses dimensions réelles ?
2) Que seraient ces dimensions sur un plan à l'échelle 1 / 2 000 ?

Exercice 5 : En traçant le plan d'un jardin on a représenté une longueur réelle de 5 mètres par un trait de 1 cm.

5 m
|——|

Ce jardin est un trapèze dont les bases mesurent 72 mm et 94 mm, la hauteur est de 80 mm.

Calculez :

- 1) l'échelle de ce plan
- 2) les dimensions réelles du terrain.

Voir réponses pages 14 et 15

RÉPONSES

Exercice 1 :

⊗ corrigé de la ligne n°1 du tableau de l'énoncé :

Dimensions sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
1	50 000
12	?

$$? = \frac{12 \times 50\,000}{1} = 600\,000$$

Donc 600 000 cm soit 6 km séparent ces deux points.

12 cm sur le plan représentent 6 km en réalité.

On utilisera le même calcul pour compléter la ligne 6.

⊗ corrigé de la ligne n°2 du tableau de l'énoncé :

Dimensions sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
1	20
?	540

$$? = \frac{1 \times 540}{20} = 27$$

Donc 27 cm séparent ces deux points.

5,40 m en réalité sont représentés par 27 cm sur le plan.

On utilisera le même calcul pour compléter la ligne 4.

⊗ corrigé de la ligne n°3 du tableau de l'énoncé :

Dimensions sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
8	24 000
1	?

$$? = \frac{1 \times 24\,000}{8} = 3\,000$$

Donc 1 cm sur le plan représente 3 000 cm en réalité.

L'échelle du plan est 1 / 3 000.

On utilisera le même calcul pour compléter la ligne 5.

Tableau récapitulatif :

N°	Echelle	Dimensions sur le plan	Dimensions réelles
1	$\frac{1}{50\,000}$	12 cm	6,0 km
2	1 / 20	27 cm	5,4 m
3	$\frac{1}{3\,000}$	8 cm	240,0 m
4	1 / 1 000 000	2,8 cm	28,0 km
5	$\frac{1}{1\,250}$	1,8 cm	22,5 m
6	$\frac{1}{80\,000}$	15 cm	12,0 km

Exercice n°2 : Sur le plan cadastral, à l'échelle 1 / 5 000, un terrain a les dimensions indiquées ci-dessous :

$$AB = 40,0 \text{ mm}$$

$$DE = 0,3 \text{ dm}$$

$$BC = 3,7 \text{ cm}$$

$$EA = 25,0 \text{ mm}$$

$$CD = 5,0 \text{ cm}$$

Calculez le périmètre réel de ce terrain.

Travaillons avec toutes les mesures en cm :

$$AB = 4,0 \text{ cm}$$

$$DE = 3,0 \text{ cm}$$

$$BC = 3,7 \text{ cm}$$

$$EA = 2,5 \text{ cm}$$

$$CD = 5,0 \text{ cm}$$

Le périmètre sur le plan de ce terrain est :

$$4,0 + 3,7 + 5,0 + 3,0 + 2,5 = 18,2 \text{ soit } 18,2 \text{ cm}$$

L'échelle est 1 / 5 000 ce qui signifie que 1 cm sur le plan représente 5 000 cm en réalité.

Dimensions sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
1	5 000
18,2	?

$$? = \frac{18,2 \times 5\,000}{1} = 91\,000$$

Le périmètre réel du terrain est **91 000 cm ou 910 m.**

Exercice 3 : Deux pylônes sont sur un plan à une distance de 16 cm alors qu'en réalité 160 m les séparent. Calculez l'échelle de ce plan.

160 m = 16 000 cm

Calculons la **longueur réelle** représentée par 1 unité sur le plan :

Dimensions sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
16	16 000
1	?

$$? = \frac{1 \times 16\,000}{16} = 1\,000$$

Donc 1 cm sur le plan représente 1 000 cm en réalité.

L'échelle du plan est 1 / 1 000.

Exercice 4 : Sur un plan à l'échelle 1 / 3 000, un champ rectangulaire mesure 92 mm de long sur 64 mm de large.

- 1) Quelles sont ses dimensions réelles ?
- 2) Que seraient ces dimensions sur un plan à l'échelle 1 / 2 000 ?

1) Calcul des dimensions réelles de ce champ rectangulaire :

L'échelle est 1 / 3 000 ce qui signifie que 1 cm sur le plan représente 3 000 cm en réalité.

Dimensions sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
1	3 000
9,2	?

$$? = \frac{9,2 \times 3\,000}{1} = 27\,600$$

La **longueur réelle** de ce champ rectangulaire est donc 27 600 cm soit 276 m.

De la même façon, la **largeur réelle** de ce champ rectangulaire est 192 m.

2) Calcul des dimensions de ce champ rectangulaire sur un plan à l'échelle 1 / 2 000 :

L'échelle est 1 / 2 000 ce qui signifie que 1 cm sur le plan représente 2 000 cm en réalité.

Dimensions sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
1	2 000
?	27 600

$$? = \frac{1 \times 27\,600}{2\,000} = 13,8$$

Sur ce plan à l'échelle 1 / 2 000 la longueur du champ est : 13,8 cm

De même, la largeur du champ sur ce plan est : 9,6 cm

Sur ce plan à l'échelle 1 / 2 000 :

- ⊗ La longueur de ce champ rectangulaire est 13,8 cm pour une longueur réelle de 276 m.
- ⊗ La largeur de ce champ rectangulaire est 9,6 cm pour une largeur réelle de 192 m.

Exercice 5 : En traçant le plan d'un jardin on a représenté une longueur réelle de 5 mètres par un trait de 1 cm.

5 m
|-----|

Ce jardin est un trapèze dont les bases mesurent 72 mm et 94 mm, la hauteur est de 80 mm.

Calculez : 1) l'échelle de ce plan
2) les dimensions réelles du terrain.

1) Calcul de l'échelle du plan :

1 cm sur le plan représente 5 m ou 500 cm en réalité.

L'échelle du plan est donc 1 / 500.

2) Calcul des dimensions réelles du terrain :

calculons la longueur réelle de la petite base du jardin trapézoïdal :

Dimensions sur le plan en cm	Dimensions réelles en cm
1	500
7,2	?

$$? = \frac{7,2 \times 500}{1} = 3\,600$$

La longueur réelle de la petite base du jardin trapézoïdal est donc 3 600 cm soit 36 m.

De la même façon, calculons les autres dimensions de ce jardin trapézoïdal :

La longueur réelle de la grande base du jardin trapézoïdal est 4 700 cm soit 47 m.

La hauteur réelle du jardin trapézoïdal est 4 000 cm soit 40 m.



Fin